

این نمونه سوال حل شده، توسط تیم آموزشی "ریاضی با هم" آماده شده،
امیدواریم بتوانه بهتون کمک کنه که برای امتحان پایان ترم آماده بشید 😊

برای دریافت جزوه‌های رایگان "ریاضی با هم" دو راه وجود داره:

۱. عضویت در کانال تلگرام "ریاضی با هم" به آدرس:

@RiaziBaHam

۲. مراجعه به سایت "ریاضی با هم" به آدرس:

www.riazibaham.ir

برای عضویت در کانالهای فصولی حل تمرین می‌تونید به ادمین کانال پیام بدید 😊

نمونه سوال حل شده پایان ترم

پایه هشتم

هر یک از عبارات زیر را کامل کنید.

الف) به هر عدد که بتوان به صورت کسر $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عددهای صحیح باشند و $b \neq 0$ نوشت،

عدد می‌گوییم.

ب) روش غربال روشی برای تعیین اعداد است.

پ) اگر هفت برابر عددی منتهای سه برابر با ۲۵ باشد، آن عدد برابر با است.

ت) مختصات برداری که موازی محور طول‌هاست دارای عرضی برابر با است.

ث) نصف عدد 2^{1298} برابر با است.

ج) در دسته‌بندی داده‌های حاصل از یک بررسی آماری به تعداد اعضای هر دسته آن دسته می‌گوییم.

الف: عدد گویا

این تعریف، تعریف عدد گویاس، کسری که صورت و مخرجش عدد صحیح باشد و مخرج مخالف صفر

ب: اعداد اول

ما از روش غربال برای مشخص کردن اعداد اول استفاده می‌کنیم.

پ:

باید معادله‌ی مربوط به این عبارت رو بنویسیم.

فرض می‌کنیم عددی که از ما خواسته شده، x باشد

هفت برابر عدد یعنی پی؟ $7x$

پس هفت برابر عدد منهای ۳ یعنی $7x - 3$

حالا این مقدار برابر چنده؟ ۲۵

بنابراین معادله به این صورت میشه:

$$7x - 3 = 25$$

حالا باید معادله رو حل کنیم، یعنی رو به دست بیاریم، قدم به قدم حل معادله رو انجام میدیم.

یادآوری: وقتی یه جمله، به سمت دیگه‌ی تساوی میره، علامتش برعکس میشه

$$7x - 3 = 25 \rightarrow 7x = 25 + 3 = 28 \rightarrow x = \frac{28}{7} \rightarrow x = 4$$

ت:

اگر بردار موازی با محور طولها باشد، عرضش مساوی صفره

ث: نصف یه عدد رو بطوری به دست میاریم؟ عدد رو بر ۲ تقسیم می‌کنیم، در اینجا هم عددی که بهمون داده شده رو بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{2^{1398}}{2} =$$

میدونیم عددی که توان نداره، در واقع توانش برابر یکه، پس داریم:

$$\frac{2^{1398}}{2^1} =$$

در اینجا چیزی که داریم، تقسیم اعداد تواندار با پایه‌های مساوی هست.

یادآوری: برای تقسیم اعداد تواندار با پایه‌های مساوی به صورت زیر عمل می‌کنیم:

یکی از پایه‌ها رو می‌نویسیم، توانها رو از هم کم می‌کنیم:

$$\frac{2^{1398}}{2^1} = 2^{1398-1} = 2^{1397}$$

ج : فراوانی

درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.

- الف) تفاضل دو عدد صحیح منفی همواره یک عدد صحیح منفی است. ص غ
- ب) عدد ۱۰۱ شمارنده‌ی اول ندارد ص غ
- پ) در یک عبارت جبری جملاتی متشابه‌اند که حتما دارای متغیر و ضرایب برابری باشند. ص غ
- ت) به طور کلی هر دو بردار را می‌توان به دو روش هندسی مثلثی و مربعی با یکدیگر جمع کرد. ص غ
- ج) هر عدد صحیح به توان صفر برابر با یک است. ص غ
- ه) احتمال اینکه در پرتاب یک تاس عدد رو شده اول باشد از احتمال این که عدد رو شده زوج باشد کمتر است. ص غ

الف : نادرست

عددهای -5 و -3 هر دو عدد صحیح منفی هستند ولی $+2 = -(-5) - 3$ پس تفاضل دو عدد صحیح منفی، هم میتونه مثبت باشه و هم منفی

ب: نادرست

عدد ۱۰۱ یک عدد اوله و ۱ و ۱۰۱ شمارنده های اون هستن. پس ۱۰۱ یک شمارنده برای خودش که اول هم هست.

اگه جمله به صورت زیر بیان شده بود درست بود:

عدد ۱۰۱ غیر از خودش هیچ شمارنده‌ی اولی ندارد.

پ: نادرست

برای اینکه دو جمله متشابه باشند کافیه که متغیر یکسان داشته باشن. لزومی نداره ضرایبشون هم برابر باشه.

ت: نادرست

اگه دو بردار هم ابتدا باشن با روش مربعی (یا متوازی الاضلاع) با هم جمع میشن و اگه دو بردار در امتداد همدیگه باشن به روش مثلثی با هم جمع میشن. به طور کلی هر دو بردار را می توان به روش مربعی یا مثلثی با هم جمع کرد.

ج: نادرست

صفر یه عدد صحیح ولی صفر به توان صفر، تعریف نشده س. جمله درست به یان صورته: هر عدد صحیح مخالف صفر، به توان صفر برابر ۱ است.

ه: نادرست

برای مناسبه احتمال رخ دادن یک پیشامد از فرمول زیر استفاده می کنیم:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت های ممکن}}$$

تعداد کل حالتها در این سوال برابر ۶ هست (به تعداد عددهای روی تاس)

احتمال اینکه عدد رو شده اول باشه پقدره؟

در اینبا حالت های مطلوب چه عددهایی هستن؟ ۲ و ۳ و ۵

یعنی تعداد حالت های مطلوب برابر ۳ هست، بنابراین:

$$\frac{3}{6} = \text{احتمال اول بودن عدد}$$

حالا احتمال زوج بودن عدد رو حساب می‌کنیم:

حالت‌های مطلوب چه اعدادی هستن؟ ۲ و ۴ و ۶

یعنی تعداد حالت‌های مطلوب برابر ۳ هست، بنابراین:

$$\frac{3}{6} = \text{احتمال زوج بودن عدد}$$

پس این دو احتمال با هم برابرن

حاصل هر یک از عبارات زیر را به دست آورید؟

الف) $2 \times 3 - 4 \div 2 + (2 \times 3 - 4) \div 2$

ب) $4\frac{3}{7} + (-2\frac{1}{7})$

۳

الف.

یادآوری: ترتیب عملیات ریاضی به این صورته:

۱. پرانتز

۲. توان

۳. ضرب و تقسیم

۴. جمع و تفریق

پس آگه چند تا عملیات پشت سر هم داشتیم، به این ترتیبی که اینجا گفته شده عملیات رو انجام میدیم.

$$2 \times 3 - 4 \div 2 + (2 \times 3 - 4) \div 2$$

طبق مطلبی که گفتیم، اولین اولویت پرانتزه، پس ما باید داخل پرانتز رو مناسبه کنیم.

حالا توی پرانتز هم ضرب داریم هم منهای، اولویت کدوم بالاتره؟ ضرب. پس اول ضرب رو انجام میدیم و بعد منهای:

$$2 \times 3 - 4 = 6 - 4 = 2$$

به جای پرانتز عدد ۲ رو قرار میدیم:

$$2 \times 3 - 4 \div 2 + 2 \div 2$$

اینجا جمع و تفریق داریم، ضرب و تقسیم هم داریم. اولویت کدوم بالاتره؟ ضرب و تقسیم.

اولویت ضرب و تقسیم بالاتره ولی ما اینجا به ضرب و دو تا تقسیم داریم، اول کدوم رو باید انجام بدیم؟!!

نکته مهم: وقتی چند تا اولویت یکسان داشتیم، به ترتیب از سمت چپ اونا رو انجام میدیم. بنابراین در این سوال ترتیب عملیات به صورت زیر همیشه:

$$\frac{1}{2 \times 3} - \frac{2}{4 \div 2} + \frac{3}{2 \div 2}$$

$$2 \times 3 - 4 \div 2 + 2 \div 2 = 6 - 4 \div 2 + 2 \div 2$$

$$6 - 4 \div 2 + 2 \div 2 = 6 - 2 + 2 \div 2$$

$$6 - 2 + 2 \div 2 = 6 - 2 + 1$$

فقط جمع و تفریق داریم که اولویت یکسانی دارند، اینا رو هم از چپ به راست
ماسبه می‌کنیم:

$$6 - 2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

ب.

۱. عدد مخلوطها رو به کسر تبدیل می‌کنیم.

$$4\frac{3}{7} = \frac{31}{7}$$

$$-2\frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$4\frac{3}{7} + \left(-2\frac{1}{2}\right) = \frac{31}{7} + \left(-\frac{5}{2}\right) =$$

۲. می‌فوییم این عبارت رو مناسبه کنیم، اول از همه علامتها رو ساده می‌کنیم. یعنی

چی؟

یعنی اگه چند تا علامت پشت سر هم داشتیم، به جاشون یه علامت میذاریم. در اینجا یه

علامت مثبت داریم و بعدش علامت منفی. می‌دونیم مثبت در منفی برابر میشه با

منفی، پس به جای اونها علامت منفی میذاریم:

$$\frac{31}{7} + \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{31}{7} - \frac{5}{2} =$$

۳. مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{31}{7} - \frac{5}{2} = \frac{62}{14} - \frac{35}{14} = \frac{27}{14}$$

با روش غربال تمام اعداد اول بین ۱۵ تا ۲۵ را مشخص کنید.

۴

اعداد ۱۵ تا ۲۵ رو می نویسیم:

۱۵ ، ۱۶ ، ۱۷ ، ۱۸ ، ۱۹ ، ۲۰ ، ۲۱ ، ۲۲ ، ۲۳ ، ۲۴ ، ۲۵

گام ۱. اعداد زوج (مضربهای ۲) رو فط می زنیم:

۱۵ ، ~~۱۶~~ ، ۱۷ ، ~~۱۸~~ ، ۱۹ ، ~~۲۰~~ ، ۲۱ ، ~~۲۲~~ ، ۲۳ ، ~~۲۴~~ ، ۲۵

گام ۲. مضربهای ۳ رو فط میزنیم:

~~۱۵~~ ، ~~۱۶~~ ، ۱۷ ، ~~۱۸~~ ، ۱۹ ، ~~۲۰~~ ، ~~۲۱~~ ، ~~۲۲~~ ، ۲۳ ، ~~۲۴~~ ، ۲۵

گام ۳. مضربهای ۵ رو فط می زنیم:

~~۱۵~~ ، ~~۱۶~~ ، ۱۷ ، ~~۱۸~~ ، ۱۹ ، ~~۲۰~~ ، ~~۲۱~~ ، ~~۲۲~~ ، ۲۳ ، ~~۲۴~~ ، ~~۲۵~~

اعدادی که برای ما باقی می‌ماند اعداد ۱۷ ، ۱۹ و ۲۳ هستند. بنابراین این اعداد اولن.

اگر دو پرانتز $(2x + 3y - 1)$ و $(2a + 3b - 1)$ را در هم ضرب کنیم چند جمله خواهیم داشت؟

روش ضرب را توضیح دهید. ۵

هر کدوم از جملات پرانتز اول، در تک تک جملات پرانتز دوم ضرب میشن:

$2a$ در $2x$ و $3y$ و -1 ضرب میشه، پس ۳ جمله تولید میکنه.

$3b$ در $2x$ و $3y$ و -1 ضرب میشه، پس ۳ جمله تولید میکنه.

-1 در $2x$ و $3y$ و -1 ضرب میشه، پس ۳ جمله تولید میکنه.

پس در مجموع ۹ جمله تولید میشه. و در نهایت باید این ۹ جمله رو با هم جمع کنیم.

اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ باشد، بردار x را از معادله‌ی زیر پیدا کنید.

۶

$$2\vec{x} - \vec{j} = 2\vec{a} - \vec{b}$$

بردار a رو هم مشابه بردار b می‌نویسیم:

$$a = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

بردار x رو هم به همین شکل می‌نویسیم:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

از طرفی میدونیم که بردار j برابر است با:

$$j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

حالا این بردارها رو در معادله قرار میدیم تا مقادیر مجهول رو به دست بیاریم:

(نکته: اگه عددی در یک بردار ضرب بشه هم در طول ضرب میشه هم در عرض)

$$2x - j = 2a - b$$

$$2 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x_1 \\ 2x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x_1 - 0 \\ 2x_2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 - 3 \\ -6 - (-3) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x_1 \\ 2x_2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

قسمت طولها رو با هم مساوی قرار میدیم، قسمت عرضها رو با هم :

$$2x_1 = 1 \rightarrow x_1 = \frac{1}{2}$$

$$2x_2 - 1 = -3 \rightarrow 2x_2 = -3 + 1 = -2 \rightarrow x_2 = -1$$

بنابراین:

$$x = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \end{bmatrix}$$

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x = 2$ و $y = 4$ به دست آورید.

$$x \cdot x + 2x \cdot y - (x^y \times x)$$

باید هر جا که x داریم به جاش بنویسیم 2 و هر جا y داریم به جاش بنویسیم 4 :

$$x \cdot x + 2x \cdot y - (x^y \times x)$$

پس داریم:

$$(2 \times 2) + 2 \times 2 \times 4 - (2^4 \times 2)$$

$$4 + 16 - 32 = -12$$

عبارات زیر را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{30^7 \times 30^5}{6^{10} \times 5^{10}}$$

$$\text{ب) } (36 \div 3^3)^5 \div \frac{3^8}{2^{11}}$$

۸

الف:

یادآوری: ضرب اعداد تواندار رو در دو حالت یاد گرفتیم:

ضرب اعداد تواندار با پایه‌های مساوی:

یکی از پایه‌ها رو می‌نویسیم و توانها رو با هم جمع می‌کنیم.

ضرب اعداد تواندار با توانهای مساوی:

یکی از توانها رو می‌نویسیم و پایه‌ها رو در هم ضرب می‌کنیم.

$$\frac{30^7 \times 30^5}{6^{10} \times 5^{10}}$$

صورت کسر ضرب اعداد تواندار با پایه‌های مساویه، بنابراین:

$$30^7 \times 30^5 = 30^{5+7} = 30^{12}$$

مخرج کسر ضرب اعداد تواندار با توانهای مساویه، بنابراین:

$$6^{10} \times 5^{10} = (6 \times 5)^{10} = 30^{10}$$

پس داریم:

$$\frac{30^7 \times 30^5}{6^{10} \times 5^{10}} = \frac{30^{12}}{30^{10}}$$

حالا به پی رسیدیم؟ تقسیم اعداد تواندار با پایه‌های مساوی برای این کار یکی از پایه‌ها رو می‌نویسیم و توانها رو از هم کم می‌کنیم:

$$\frac{30^{12}}{30^{10}} = 30^{12-10} = 30^2$$

ب:

$$(36 \div 3^3)^5 \div \frac{3^8}{2^{11}} =$$

به روشهای مختلفی می‌تونیم داخل پرانتز رو ساده کنیم، می‌رونینم که به جای تقسیم می‌تونیم فط کسری بذاریم:

$$36 \div 3^3 = \frac{36}{27} = \frac{4}{3}$$

چون داریم با اعداد تواندار کار می‌کنیم ۴ رو به صورت 2^2 می‌نویسیم، پس داریم:

$$(36 \div 3^3)^5 \div \frac{3^8}{2^{11}} = \left(\frac{2^2}{3}\right)^5 \div \frac{3^8}{2^{11}} = \frac{2^{10}}{3^5} \div \frac{3^8}{2^{11}}$$

حالا رسیدیم به تقسیم کسرها:

برای حل سوالات مربوط به تقسیم کسرها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱. کسر اول رو بدون تغییر می‌نویسیم.

۲. علامت تقسیم رو به ضرب تبدیل می‌کنیم.

۳. کسر دوم رو معکوس می‌کنیم.

۴. بعد صورت رو در صورت ضرب می‌کنیم و مخرج رو در مخرج

مراحل بالا رو گام به گام انجام میدیم:

$$\frac{2^{10}}{3^5} \div \frac{3^8}{2^{11}} = \frac{2^{10}}{3^5} \times \frac{2^{11}}{3^8} = \frac{2^{10} \times 2^{11}}{3^5 \times 3^8} = \frac{2^{10+11}}{3^{5+8}} = \frac{2^{21}}{3^{13}}$$

عدد $2 - \sqrt{3}$ را روی محور اعداد مشخص کنید.

۹

یه راه ساده برای این عدد به این صورته که ما فرض کنیم مبدا مفتصاتمون عدد ۲ هست و ما قاره $-\sqrt{3}$ رو از اون نقطه نمایش بدیم.

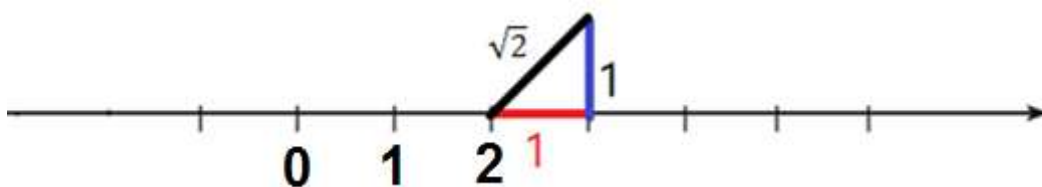
(وقتی از نقطه ی ۲، عدد $-\sqrt{3}$ رو نشون بدیم در واقع $2 - \sqrt{3}$ رو نشون دادیم)

پس در ادامه، فرض ما اینه که ۲ مبدا مفتصات :

گامهای زیر گامهای نمایش عدد $2 - \sqrt{3}$ هست:

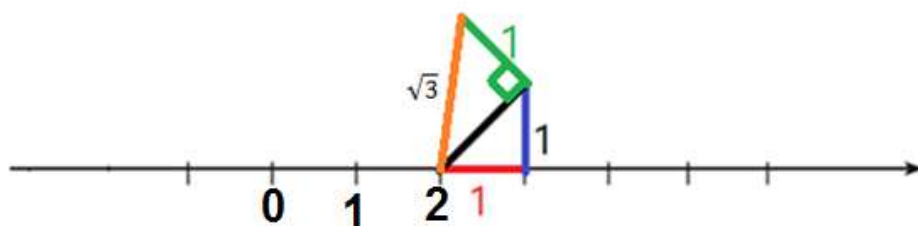
۱. ساخت مثلثی با وتر $\sqrt{2}$ (برای این منظور باید به مثلث به اضلاع ۱ و ۱ رسم

کنیم، در این صورت وتر این مثلث برابر $\sqrt{2}$ میشه)

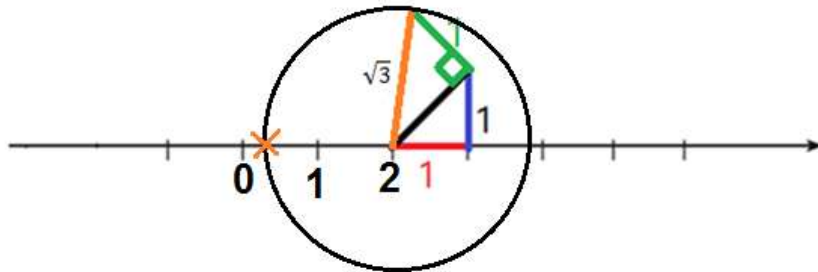


۲. ساخت مثلثی با وتر $\sqrt{3}$ (برای این منظور باید به مثلث به اضلاع ۱ و $\sqrt{2}$ رسم

کنیم، در این صورت وتر این مثلث برابر $\sqrt{3}$ میشه)



۳. تا اینجا تونستیم $\sqrt{3}$ رو نمایش بدیم. حالا یه دایره به مرکز ۲ رسم می‌کنیم که شعاعش برابر $\sqrt{3}$ باشه.



۴. دایره در دو نقطه با محور برخورد کرده، عددی که در سمت راست هست عدد $2 + \sqrt{3}$ و عددی که در سمت چپ هست عدد $2 - \sqrt{3}$ رو نشون میده

بیست مهره با شماره‌های ۱ تا ۲۰ را در گردونه‌ای ریخته‌ایم. مهره‌ای را به طور تصادفی از گردونه خارج می-

کنیم. احتمال هر یک از حالت‌های زیر را به دست آورید.

الف) فرد بودن عدد روی مهره

ب) مضرب ۵ بودن عدد روی مهره

۱۰

برای مناسبه احتمال یه پیشامد از دستور زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}}$$

در این سوال تعداد کل حالتها برابر ۲۰ هست.

الف: تعداد حالت‌های مطلوب در این قسمت، تعداد اعداد فرد بین ۱ و ۲۰ هست. پس:

تعداد حالت‌های مطلوب : ۱۰

بنابراین:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

ب:

در این قسمت حالت مطلوب برای ما مفرب ۵ بودن عدد، چه مفرب پنبی بین ۱ تا ۲۰ قرار دارن؟ ۲۰، ۱۵، ۱۰، ۵. بنابراین تعداد حالت‌های مطلوب در این قسمت برابر ۴ میشه.

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

داده‌های زیر را در ۵ دسته طبقه‌بندی کرده و میانگین آن‌ها را به دست آورید.

۱, ۵, ۶, ۸, ۸, ۸, ۸, ۵, ۴, ۲, ۱, ۶, ۹, ۸, ۲, ۸, ۵, ۲, ۲, ۵, ۶, ۷, ۴, ۱, ۱, ۱, ۵, ۱۰, ۱, ۱

۱۱

ابتدا دامنه تغییرات رو از فرمول زیر به دست میاریم:

کمترین عدد - بیشترین عدد = دامنه تغییرات

$$۱۰ - ۱ = ۹ = \text{دامنه تغییرات}$$

می‌فوییم در ۵ دسته طبقه‌بندی کنیم، طول دسته‌ها برابر با:

$$\text{طول دسته} = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته}}$$

بنابراین:

$$\text{طول دسته} = \frac{9}{5} = 1.8$$

پس طول دسته‌ها برابر $1/8$ هست و داده‌ها بصورت زیر طبقه‌بندی میشن:

فرود دسته‌ها	فراوانی		
$1 < x \leq 2.8$	11		
$2.8 < x \leq 4.6$	2		
$4.6 < x \leq 6.4$	8		
$6.4 < x \leq 8.2$	7		
$8.2 < x \leq 10$	2		

در ستون سوم باید مرکز دسته رو مشخص کنیم، برای به دست آوردن مرکز دسته، در بالا و پایین هر دسته رو با هم جمع می‌کنیم و بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

در ستون چهارم باید عددهای دو تا ستون رو در هم ضرب کنیم، مرکز دسته و فراوانی

فرود دسته‌ها	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته \times فراوانی
$1 < x \leq 2.8$	11	1.9	20.9
$2.8 < x \leq 4.6$	2	3.7	7.4
$4.6 < x \leq 6.4$	8	5.5	44
$6.4 < x \leq 8.2$	7	7.3	51.1
$8.2 < x \leq 10$	2	1.5	18.2

در این مرحله باید مجموع ستون فراوانی و مجموع ستون آفر رو به دست بیاریم:

$$30 = \text{مجموع ستون فراوانی}$$

$$140 = \text{مجموع ستون آفر}$$

$$\text{میانگین} = \frac{140}{30} = 4.66$$

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

- ۱۲ (۱) شعاع دایره بر خط مماس، در نقطه تماس..... است.
- (۲) در هر مثلث قائم الزاویه مجذور..... برابر است با مجموع مجذورهای دو ضلع قائمه.

۱. مماس بر دایره در نقطه‌ی تماس، بر شعاع دایره عمود است.
۲. در هر مثلث قائم الزاویه، مجذور وتر برابر است با مجموع مجذورهای دو ضلع قائمه (قضیه فیثاغورث)

درستی و نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

- ۱۳ (۱) دو خط عمود بر یک خط بر هم عمودند. ص غ
- (۲) اندازه زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان روبرو ص غ
- (۳) مثلث متساوی الساقین یک مرکز تقارن دارد. ص غ
- (۴) اگر در یک دایره دو کمان با هم برابر باشند وترهای نظیر این کمانها نیز باهم برابرند. ص غ

۱. غلط

دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند.

۲. درست.

۳. غلط

مثلاً متساوی الساقین مرکز تقارن ندارد، بلکه یک خط تقارن دارد.

۴. درست

اگر اندازه هر زاویه داخلی یک چند ضلعی منتظم ۱۳۵ درجه باشد، تعداد اضلاع این چند ضلعی را مشخص کنید.

۱۴

فرمول زیر رو داریم:

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی یک } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n-2) \times 180}{n}$$

بنابراین:

$$135 = \frac{(n-2) \times 180}{n}$$

طرفین وسطین می‌کنیم:

$$135n = (n-2) \times 180$$

$$135n = 180n - 360$$

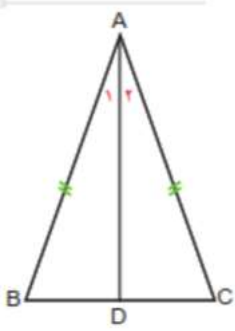
معادله رو حل می‌کنیم تا n به دست بیاد:

$$360 = 180n - 135n$$

$$360 = 45n \rightarrow n = 8$$

در مثلث متساوی الساقین زیر نیمساز زاویه A را رسم کرده ایم. ثابت کنید زاویه B و زاویه C با هم برابرند.

۱۵



اگر دو مثلث با هم هم‌نهشت باشند اونوقت ضلعها و زاویه‌های متناظر اونها هم با هم برابر میشه.

پس اگر ما بتونیم ثابت کنیم دو مثلث با هم هم‌نهشتن، سوال رو حل کردیم:



سوال گفته نیمساز زاویه A رو رسم کردیم، پس دو زاویه‌ی بوجود اومده با هم برابرن:

$$A_1 = A_2$$

از طرفی ضلع AD در هر دو مثلث مشترکه، بنابراین:

$$AD = AD$$

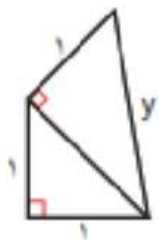
سوال به ما گفته مثلث متساوی الساقینه، بنابراین دو ساق مثلث با هم برابرن:

$$AB = AC$$

دو مثلث بنا به حالت "دو ضلع و زاویه بین" با هم برابرن، بنابراین ضلع‌ها و

زاویه‌های متناظر دو مثلث هم با هم برابرن. در نتیجه:

$$B = C$$

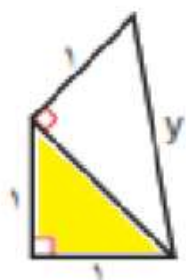


از رابطه فیثاغورث استفاده می‌کنیم.

رابطه فیثاغورث به ما می‌گه که همیشه در مثلثهای قائم‌الزاویه داریم:

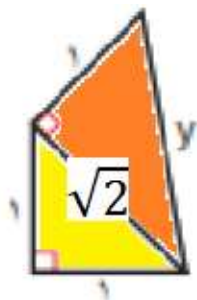
$$\text{وتر}^2 = \text{ضلع دیگر}^2 + \text{ضلع یک}^2$$

یعنی اگه در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو ضلع از مثلث رو داشته باشیم، می‌تونیم از رابطه بالا اندازه ضلع سوم رو هم به دست بیاریم.



مثلثی که با رنگ زرد نشون داده شده یه مثلث قائم‌الزاویه‌س و اندازه‌ی دو ضلعش نشون داده شده، بنابراین:

$$\text{وتر}^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \rightarrow \text{وتر} = \sqrt{2}$$



مثلث نارنجی هم یه مثلث قائم الزاویه‌س که اندازه دو ضلعش داده شده و ما اندازه وترش یعنی y رو به دست بیاریم:

$$y^2 = 1^2 + \sqrt{2}^2 = 1 + 2 = 3$$

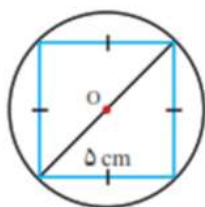
$$y = \sqrt{3}$$

در شکل زیر همه راس‌های یک لوزی به ضلع ۵ سانتی متر روی دایره قرار دارد.

الف) چرا این لوزی، مربع است؟

ب) قطر دایره را بدست آورید.

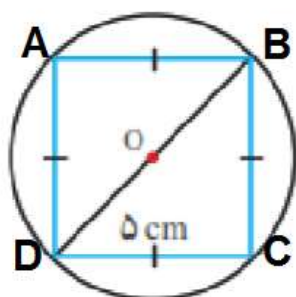
۱۷



الف:

یه زمان می‌تونیم بگیریم لوزی مربعه؟ آگه زاویه‌هاش قائمه باشه.

پس ما برای اینکه نشون بدیم این لوزی مربعه باید نشون بدیم که زاویه‌هاش قائمه هستن.



قبل از اینکه سوال رو حل کنیم چند تا نکته رو با هم ببینیم:

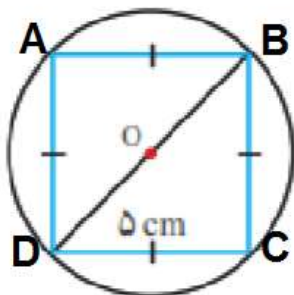
- زاویه مماطی، زاویه ای هست که راسش روی دایره‌س و ضلعوای اون وترهای دایره هستن، در این سوال هر ۴ زاویه A, B, C, D این خصوصیت رو دارن.

- اندازه‌ی زاویه مماطی، نصف کمان مقابلشه.

- قطر یک دایره، دایره رو به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنه.

- می‌دونیم که اندازه کل کمان دایره 360° درجه‌س، یعنی قطر دایره، دایره رو به دو کمان 180° درجه‌ای تقسیم میکنه.

یا بار دیگه شکل رو می‌بینیم و با استفاده از نکاتی که گفتیم سوال رو حل می‌کنیم:



خط DB قطر دایره‌س، پس دایره رو به دو کمان 180° درجه تقسیم می‌کنه.

کمان DCB ، 180° درجه‌س، این کمان روبروی زاویه مماطی A قرار داره، پس اندازه زاویه A برابر 90° درجه‌س. یا می‌تونیم بگیم:

کمان DAB ، 180° درجه‌س، این کمان روبروی زاویه مماطی C قرار داره، پس اندازه زاویه C برابر 90° درجه‌س.

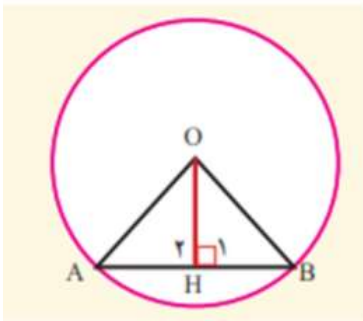
پس تونستیم نشون بدم که این لوزی زاویه‌هاش 90° درجه‌س، بنابراین مربعه.

قسمت ب .

در قسمت قبل نشان دادیم که زاویه C ، قائمه‌س. پس مثلث BCD به مثلث قائم‌الزاویه‌س. با استفاده از قضیه فیثاغورث داریم:

$$BD^2 = 5^2 + 5^2 = 50 \rightarrow BD = \sqrt{50}$$

ثابت کنید خطی که از مرکز دایره بر وتری از دایره عمود شود، وتر را نصف می‌کند.



۱۸

می‌فوییم نشان بریم $AH = BH$

اگر ما ثابت کنیم که دو مثلث OAH و OAH با هم برابرند، اونوقت می‌تونیم نتیجه بگیریم که ضلع‌ها و زاویه‌های متناظرشون هم با هم برابره و در نتیجه تساوی AH و BH هم ثابت میشه.

با توجه به اینکه OH بر AB عمود شده، نتیجه می‌گیریم که H_1 و H_2 قائم‌الزاویه هستند. با توجه به اینکه OA و OB شعاعهای دایره هستند، پس با هم برابرند:

$$OA = OB$$

از طرفی OH بین هر دو مثلث مشترکه:

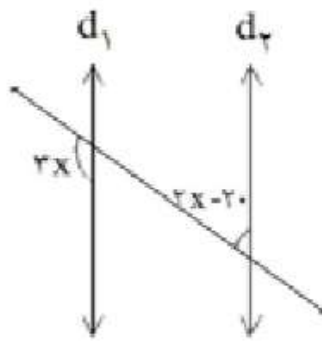
$$OH = OH$$

این دو مثلث قائم‌الزاویه بنا به حالت وتر و یک ضلع با هم برابرند. پس اجزای متناظر

$$AH = BH$$

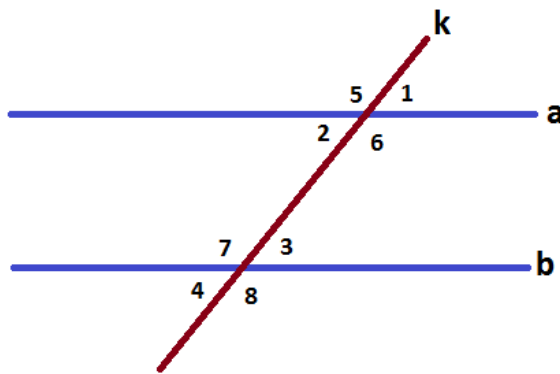
این دو مثلث هم با هم برابرند، یعنی:

با تشکیل معادله، مقدار x را به دست آورید. $(d_1 \parallel d_2)$



۱۹

یادآوری خطوط موازی؛ وقتی یک خط مثل k دو تا خط موازی رو قطع میکنه، ۸ تا زاویه به وجود میار. ۴ تا زاویه تند و ۴ تا زاویه باز



۴ تا زاویه تند با هم برابرن

۴ تا زاویه باز هم با هم برابرن

یعنی زاویه های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ با هم و

زاویه های ۵ و ۶ و ۷ و ۸ هم با هم برابرن.

از طرفی هر کدوم از این زاویه های تند، مکمل هر کدوم از این زاویه های بازن.

یعنی مجموع هر زاویه تند و هر زاویه باز همیشه 180° درجه.

در این سوال هم یک خط مورب اومده دو تا خط موازی رو قطع کرده.

اندازه‌های که در شکل به ما داده شده یکیش مربوط به یه زاویه تنده و یکی مربوط به یه زاویه باز، پس مجموع این دو تا باید بشه ۱۸۰

$$3x + 2x - 20 = 180$$

معادله رو حل می‌کنیم تا مقدار مجهول رو به دست بیاریم:

$$5x - 20 = 180 \rightarrow 5x = 200 \rightarrow x = 40$$

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam)

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتفانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.